



Fecha: Septiembre, 2007.

Cargo: Subdirector

## II. PROPÓSITO GENERAL DEL CURSO

Que el estudiante inicie el desarrollo de su intuición matemática y se familiarice con los procedimientos y operaciones del Cálculo Diferencial y su aplicación en problemas diversos.

Durante el curso, el estudiante adquirirá las bases fundamentales para el aprendizaje del Cálculo de Varias Variables y el Análisis Matemático.

## III. COMPETENCIA (S) DEL CURSO

Analizar los conceptos de límite, continuidad y derivada de una variable real y aplicarlos en la solución de problemas del comportamiento de funciones, razones de cambio y aproximaciones lineales, entre otros, de manera metódica pero propositiva y abierta a procedimientos alternativos, que emanen de un trabajo en equipo mediante la realización de las dinámicas de aprendizaje en el aula.

## IV. EVIDENCIA (S) DE DESEMPEÑO

El estudiante entregará periódicamente tareas y discutirá sus resultados, con sus compañeros del grupo.

Derivará correctamente, aplicando la definición, funciones reales de variable real y reconocerá el dominio de validez de dichas derivadas así como su comportamiento.

Reconocerá las reglas de derivación idóneas para diferenciar funciones elementales, racionales trigonométricas y trascendentes, además justificará sus resultados con argumentos teóricos y de manera gráfica.

Expondrá, de manera escrita u oral, las soluciones de los problemas que resuelva utilizando y aplicando la derivada.



## V. DESARROLLO POR UNIDADES

***Primera Unidad: Funciones reales de una variable real***

***Duración: 15 h***

***Competencia:***

Manipular funciones elementales de una variable real, para construir otras que se derivan de ellas reconociendo sus dominios naturales específicos y sus contradominios respectivos y su comportamiento de manera gráfica y numérica. Efectuar las operaciones de suma, multiplicación, composición e inversión de funciones, de manera tanto analítica, con actitud propositiva para implementar funciones particulares que se puedan derivar de las elementales antes mencionadas.

Contenido

1. Funciones reales de una variable real.
  - 1.1 Definición de función: elementos fundamentales (dominio, contradominio, regla de correspondencia).
  - 1.2 Definición de suma, multiplicación y composición de funciones y ejecución de estas operaciones con funciones elementales (idéntica, constante, valor absoluto, cuadrática, raíz cuadrada, etcétera)
  - 1.3 Clasificación de funciones: monovalentes; estrictamente crecientes, estrictamente decrecientes; función inyectiva, biyectiva, suprayectiva
  - 1.4 La función inversa
  - 1.5 Funciones periódicas, funciones trigonométricas
  - 1.6 Función polinomial; funciones racionales
  - 1.7 La función exponencial, su inversa: la función logarítmica. Dominio y contradominio.

## Segunda unidad: Límites

Duración 21 h

Competencia: Analizar el concepto de límite y su definición formal utilizando la intuición y el lenguaje matemático, para visualizarlo como un proceso y aplicarlo a las funciones de la unidad I.

Reconocer las propiedades de los límites, derivados de las de los números reales y analizar el teorema del emparedado, para aplicarlos a diferentes funciones y llegar a conclusiones sobre su comportamiento, con el apoyo de gráficas y cálculos numéricos.

Confrontar la definición formal de continuidad con el razonamiento intuitivo, para discutir el comportamiento de diferentes funciones y analizar su comportamiento e implicaciones de la continuidad o de la discontinuidad de las mismas.

### 2. Contenido : Límites y continuidad

#### 2.1 Definición

2.2 Cálculo de límites de funciones en diferentes elementos de sus dominios, comprobación numérica.

2.3 Notación épsilon delta, vecindad de radio  $\delta$ , centrada en  $x_0$ . Demostración de la existencia del límite de una función en un punto, de manera formal mediante  $\varepsilon$ - $\delta$ , con argumentos geométricos, por comparación, etc.

a. Límite por la derecha, por la izquierda, existencia y unicidad del límite en un punto. Propiedades del límite, operaciones con límites.

Límites al infinito

2.5 Definición de continuidad, análisis de la continuidad de diferentes funciones

2.6 Clasificación de las discontinuidades; discontinuidad puntual, de salto, infinita, oscilante,

2.7 Teorema del valor intermedio

2.8 Aplicaciones del concepto de continuidad

**Unidad III: La Derivada****Duración: 27**

Competencia: Analizar la definición de derivada y discutir su significado e interpretación geométrica, para aplicarla en la solución de problemas de diversa índole que involucran razones de cambio, de manera objetiva y reconociendo el alcance de este concepto matemático, no sólo como herramienta para calcular sino como base del desarrollo de la matemática mas avanzada, mediante el conocimiento de aspectos importantes del desarrollo del Cálculo.

**Contenido**

3 La derivada de una función real de una variable real.

3.1 Planteamiento de problemas de razón (rapidez) de cambio, interpretación geométrica, definición formal de derivada, condiciones para que una función sea derivable.

3.2 Derivada en un punto, derivada como función y su relación con la función original.

3.3 Obtención de algunas derivadas de diferentes funciones (algebraicas, trigonométricas, etcétera) por definición

3.4 Reglas de derivación, justificación de las mismas. Aplicación de las reglas de derivación.

3.5 La regla de la cadena, cálculo de derivadas de funciones compuestas. Justificación de la regla de la cadena.

Derivación implícita definición, cálculo de algunas derivadas mediante la derivación implícita. Derivada de la función inversa.

3.6 Notaciones alternativas para la derivada. Derivadas de orden superior. Relación de una función con sus derivadas de primer y segundo orden.

3.7 La diferencial: definición de diferencial, interpretación geométrica. Aplicación de la diferencial en aproximaciones lineales.

**Unidad IV: Aplicaciones de la derivada****Duración: 33 horas**

**Competencia:** Aplicar el concepto de derivada en la solución de problemas de la física, la biología, la economía, la ingeniería, y la propia matemática, para constatar el poderío de la derivada como una herramienta mediante la discusión de los resultados obtenidos con derivadas y con otros tipos de metodologías (geométricas, numéricas, etcétera), de manera objetiva.

## Contenido

## 4. Aplicaciones de la derivada

## 4.1 Problemas de razones de cambio

## 4.2 Máximos y mínimos, valores extremos. Problemas típicos de máximos y mínimos

## 4.3 Análisis de curvas, concavidad y monotonía

## 4.4 Elaboración de gráficas mediante la aplicación de la derivada. Teorema de Rolle, Teorema del valor medio (para derivadas). Aplicaciones del teorema del valor medio.

## 4.5 Formas indeterminadas, Teorema del valor medio de Cauchy, teorema de L'Hôpital

## 4.6 Series de Taylor: definición y cálculo aproximación de algunas funciones por series de Taylor y análisis de su convergencia mediante el criterio de la razón para la convergencia absoluta.

## VII. METODOLOGÍA DE TRABAJO

En el aula se recomienda una combinación de procedimientos didácticas como la exposición, la discusión dirigida, la investigación bibliográfica y la demostración, y la formación de grupos de trabajo que pueden cambiar en diferentes sesiones o para distintos temas.

Se recomienda que se las sesiones de taller se intercalen con las horas de clase, para que los estudiantes puedan llevar a la práctica los conceptos teóricos de manera simultánea.

Se recomienda encomendar tareas diarias que serán el motivo de la reactivación de conocimientos y continuación del desarrollo del curso sesión tras sesión.

## VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se propone asignar un 15% de la calificación al trabajo en el aula y en grupo.

Se propone un 10% para la participación personal (tanto con intervenciones y preguntas cada sesión, como para la presentación de trabajos que se encarguen previamente).

Se propone asignar el 60% a un mínimo de tres exámenes parciales.

Se propone asignar el 15% a exámenes-tareas, que los alumnos entreguen individualmente.

## IX. BIBLIOGRAFÍA

### Básica

1. *Cálculo, Tom Apostol, última edición*  
*Calculus. Michael Spivak, 3era edición, 1995. Publish or Perish, INC.*
2. *Cálculo y sus aplicaciones, Boyce~DiPrima, última edición*
3. *Cálculo con Geometría Analítica. Louis Leithold última edición*

### Complementaria

1. *Introducción al Análisis, Vol. I. Haaser, Sullivan, La Salle.*
2. *Cálculo con Geometría Analítica, Purcell-Varberg, Prentice Hall Latinoamericana. 1984*