

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA  
COORDINACIÓN DE FORMACIÓN BÁSICA  
COORDINACIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL Y VINCULACIÓN UNIVERSITARIA

PROGRAMA DE UNIDAD DE APRENDIZAJE

I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. Unidad Académica Facultad de Ciencias
2. Programa (s) de estudio (Técnico, Licenciatura(s)): Licenciatura en Física  
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas 3. Vigencia del plan:
4. Nombre de la Unidad de Aprendizaje Cálculo Avanzado 5. Clave \_\_\_\_\_
6. HC: 3 HL \_\_\_\_\_ HT 2 HPC \_\_\_\_\_ HCL \_\_\_\_\_ HE 3 CR 8
7. Etapa de formación a la que pertenece: Etapa Disciplinaria
8. Carácter de la Unidad de aprendizaje: Obligatoria  X Optativa \_\_\_\_\_
9. Requisitos para cursar la unidad de aprendizaje:

Formuló: Dr. Roberto Romo Martínez

Fecha:

Vo. Bo. Dr. Alberto Leopoldo Morán y Solares

Cargo: Subdirector

## II. PROPÓSITO GENERAL DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

*Cálculo Avanzado* es una unidad de aprendizaje que está orientada a explorar las relaciones formales entre las integrales de línea, integrales de superficie e integrales de volumen, e incluye en la última unidad el tema del cálculo de variaciones. La importancia de los teoremas integrales radica en que permiten vincular el cálculo diferencial vectorial con el cálculo integral vectorial, y tienen importantes aplicaciones en electromagnetismo, hidrodinámica, y en la física de la conducción de calor. El cálculo de variaciones es una rama del cálculo avanzado de gran utilidad en aplicaciones en mecánica analítica para derivar las ecuaciones de Lagrange, en la unificación de diversas áreas de la física utilizando el Principio de Hamilton. También, en el campo de las matemáticas, el cálculo de variaciones juega un importante papel en la demostración de los desarrollos en eigenfunciones de la teoría de Sturm-Liouville y en la teoría de Hilbert-Schmidt.

*Cálculo Avanzado* provee al estudiante de herramientas y habilidades para resolver problemas de física teórica de nivel avanzado, como Teoría Electromagnética, Mecánica Clásica, y de bases matemáticas firmes para cursos más avanzados de matemáticas, como Variable Compleja y Métodos Matemáticos de la Física.

Esta unidad de aprendizaje pertenece a la Etapa Disciplinaria de los programas de Licenciatura en Física y Matemáticas Aplicadas.

## III. COMPETENCIA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Manejar y demostrar las relaciones entre las integrales de línea, superficie y volumen así como el principio variacional, utilizando los conceptos fundamentales del cálculo de una variable real, para aplicarlas en la solución de problemas físicos y geométricos, con honestidad y actitud crítica.

## IV. EVIDENCIA (S) DE DESEMPEÑO

Elaborar prácticas que contengan la resolución de problemas y ejercicios con el desglose detallado de los procedimientos analíticos y los resultados del manejo de los métodos del cálculo avanzado. En estas prácticas se debe mostrar: la habilidad para realizar el correcto planteamiento matemático de un problema, la capacidad de aplicar los métodos matemáticos apropiados a situaciones reales, la habilidad para utilizar procedimientos deductivos cumpliendo con los teoremas matemáticos, y la obtención de la solución correcta del problema.

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD 1: INTEGRALES DE LÍNEA

#### Competencia:

Analizar el concepto de integral de línea de campos escalares y vectoriales utilizando los fundamentos del cálculo integral de una variable para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con honestidad y creatividad.

#### Contenido

#### Duración

- 1.1. Integrales de línea de campos vectoriales
  - 1.1.1. Caminos de integración
  - 1.1.2. Propiedades de linealidad y aditividad de las integrales de línea
  - 1.1.3. Parametrización de trayectorias y cálculo de integrales de línea
  - 1.1.4. El trabajo como integral de línea
- 1.2. Teorema fundamental del cálculo para integrales de línea
  - 1.2.1. Integral de línea de campos gradientes
  - 1.2.2. Condiciones necesarias para que un campo sea un gradiente
- 1.3. Campos conservativos
  - 1.3.1. Teorema del trabajo y la energía cinética
  - 1.3.2. Conservación de la energía
- 1.4. Teoremas sobre independencia de la trayectoria en integrales de línea
- 1.5. Construcción de funciones potenciales de campos vectoriales gradientes
- 1.6. Integrales de línea de campos escalares
  - 1.6.1. Longitud de arco
  - 1.6.2. Aplicaciones físicas y geométricas
- 1.7. Relación entre campos gradientes y ecuaciones diferenciales exactas

15 horas

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD 2: INTEGRALES DE SUPERFICIE

#### Competencia:

Analizar el concepto de integral de superficie de campos escalares y vectoriales, utilizando los fundamentos del cálculo integral de una variable, para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con honestidad y actitud reflexiva.

#### Contenido

- 2.1. Superficies paramétricas
  - 2.1.1. Representaciones implícita, explícita y paramétrica de superficies
  - 2.1.2. Producto vectorial fundamental
- 2.2. Áreas de superficies paramétricas
- 2.3. Integrales de superficie
  - 2.3.1. Cálculo de integrales de superficie
  - 2.3.2. Aplicaciones físicas y geométricas

#### Duración

6 horas

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD 3: TEOREMAS INTEGRALES

#### Competencia:

Analizar las relaciones formales entre las integrales de línea, superficie y volumen, utilizando los fundamentos del cálculo integral de una variable, para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con honestidad y actitud crítica.

#### Contenido

#### Duración

- 3.1. Teorema de Green para regiones planas limitadas por curvas de Jordan
  - 3.1.1. Aplicaciones del teorema de Green
  - 3.1.2. Extensión del teorema de Green a regiones múltiplemente conexas
- 3.2. Divergencia y rotacional
  - 3.2.1. Líneas de flujo
  - 3.2.2. Interpretación física y geométrica de la divergencia
  - 3.2.3. Interpretación física y geométrica del rotacional
  - 3.2.4. Laplaciano de campos escalares y de campos vectoriales
  - 3.2.5. Propiedades de la matriz jacobiana
  - 3.2.6. Campos irrotacionales y campos solenoidales
- 3.3. Teorema de Stokes
  - 3.3.1. Aplicaciones del teorema de Stokes
  - 3.3.2. Extensión del teorema de Stokes a regiones múltiplemente conexas
- 3.4. Teorema de la divergencia de Gauss
  - 3.4.1. Ley de Gauss
  - 3.4.2. Aplicaciones físicas
- 3.5. Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

15 horas

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD 4: CÁLCULO DE VARIACIONES

#### Competencias:

Desarrollar el principio variacional en una y varias variables, utilizando los fundamentos del cálculo vectorial, para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con actitud reflexiva y responsabilidad.

#### Contenido

#### Duración

- 4.1. El concepto de variación
- 4.2. Problema variacional para una variable dependiente y una variable independiente
  - 4.2.1. Aplicaciones físicas y geométricas
- 4.3. Problema variacional para varias variables dependientes y una variable independiente
  - 4.3.1. Principio de Hamilton y ecuaciones de Lagrange
  - 4.3.2. Aplicaciones en mecánica clásica
- 4.4. Problema variacional para varias variables dependientes y varias variables independientes
  - 4.4.1. Densidad Lagrangiana
  - 4.4.2. Aplicaciones en electrodinámica y mecánica cuántica

12 horas

## VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS

| No. de Práctica | Competencia (s)  | Descripción   | Material de Apoyo                          | Duración |
|-----------------|--|---|--|----------|
| 1-5             | Aplicar la teoría fundamental de integrales de línea mediante el análisis y planteamiento matemático de la situación geométrica o física para resolver problemas y ejercicios de aplicaciones en el cálculo de integrales de línea, de trabajo y en la construcción de funciones potenciales de campos conservativos, con objetividad y orden. | En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 1, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo. | Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo. | 10 horas |
| 6-7             | Usar la teoría fundamental de integrales de superficie, mediante el análisis y planteamiento matemático de la situación geométrica, para resolver problemas y ejercicios de aplicaciones en el cálculo de áreas de superficie, centros de masa, momentos de inercia y centroides, con objetividad y actitud crítica.                           | En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 2, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.       | Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo. | 4 horas  |
| 8-12            | Aplicar los teoremas integrales para resolver problemas físicos, mediante el análisis y planteamiento matemático de la situación geométrica, con actitud crítica.  | En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 3, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo. | Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo. | 10 horas |

## VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS

| No. de Práctica | Competencia (s)  | Descripción   | Material de Apoyo                          | Duración |
|-----------------|--|---|--|----------|
| 13-16           | Aplicar el principio variacional mediante el análisis y planteamiento de la función Lagrangiana del sistema para resolver problemas y ejercicios que involucren la obtención de leyes fundamentales de la física, con objetividad y actitud crítica. | En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 4, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo. | Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo. | 8 horas  |

## VII. METODOLOGÍA DE TRABAJO

### Del maestro:

Clases expositivas en el pizarrón de la teoría fundamental del curso siguiendo una secuencia lógica y formal, en la cual no sólo se presenten los teoremas sino que se desarrollen sus correspondientes demostraciones. Se incluirán ejemplos prácticos en los que se resuelvan problemas selectos que apoyen la comprensión de la teoría e ilustren las diversas aplicaciones físicas y geométricas.

### Del estudiante:

En las horas de clase deberá tener participaciones activas en forma individual sobre los temas expuestos por el profesor. En las horas de taller su participación consistirá en resolver en forma individual en el pizarrón y en su cuaderno de trabajo, problemas y ejercicios planteados por el maestro. Las actividades del estudiante fuera de clase consistirán en resolver las tareas semanales asignadas.

### VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se evaluará considerando: exámenes parciales, prácticas semanales, examen final, participación en clase y en las sesiones de prácticas del taller.

#### **Las Prácticas Semanales:**

Las prácticas semanales consistirán en resolver problemas y ejercicios en el cuaderno de trabajo durante las sesiones de taller, así como en la resolución de problemas de las tareas a realizar en casa. La calificación obtenida tendrá un valor de un 20% de la calificación total.

20% prácticas semanales

#### **Los Exámenes Parciales:**

Se aplicarán al menos 4 exámenes parciales durante el curso en modalidad escrita.

50 % exámenes parciales

#### **El Examen Final:**

En este examen se aplicará al final del semestre en modalidad escrita.

25% examen final

#### **Participación en clase:**

La participación en clase se tomará en cuenta cuando el estudiante participe activamente en las sesiones de clase y de taller, respondiendo preguntas del profesor, e interviniendo voluntariamente aportando ideas para resolver problemas y ejercicios en el pizarrón, así como para la demostración de teoremas matemáticos.

5 % participación en clase

**ACREDITACIÓN:** Se aplicará el Estatuto Escolar de la UABC, de acuerdo al cual se deberá cumplir con un 80% o más de la asistencia en clases impartidas para tener derecho al Examen Ordinario, 40% o más de la asistencia en clases impartidas para tener derecho al Examen Extraordinario. Véanse los artículos 70 y 71 del Estatuto Escolar.

## IX. BIBLIOGRAFÍA

### Básica

- *Vector Calculus* (6th. Edition), Jerrold E. Marsden, and Anthony J. Tromba. W. H. Freeman 2011.
- *Calculus vol. 2* (2da. Edición), Tom M. Apostol. Editorial Reverté, S. A. Madrid 1992.

### Complementaria

- *Cálculo Integral Vectorial*. René Benítez. Editorial Trillas, México 2009.
- *Cálculo Multivariable* (4ta Edición), James Stewart. Thompson Editores S. A. de C. V. México 2002.
- *Mathematical Methods for Physicists* (7th Edition), George B. Arfken, Hans J. Weber and Frank E. Harris. Academic Press 2012.

### Páginas electrónicas:

- *Multivariable Calculus*.  
<https://www.khanacademy.org/math/multivariable-calculus>
- *Wolfram Alpha*. <https://www.wolframalpha.com>
- *Wolfram MathWorld: Calculus of Variations*.  
<http://mathworld.wolfram.com/CalculusofVariations.html>

## X. PERFIL DEL DOCENTE.

Licenciado en Matemáticas, licenciado en Física o área afín, con experiencia en docencia y dominio de los contenidos temáticos contemplados en este PUA.